***1. Aufgabe (Papierschnitt):***

a)

XXX
XXX
XXX

Es gibt 9 kleine Quadrate. Ein Beispiel ist hier rot markiert.

| | | | |
|---|---|---|---|
| XXX | XXX | XXX | XXX |
| XXX | XXX | XXX | XXX |
| XXX | XXX | XXX | XXX |

Es gibt vier Quadrate, die je aus 4 kleinen Quadraten bestehen.

XXX
XXX
XXX

Es gibt ein großes Quadrat, das aus 9 kleinen Quadraten besteht.

Insgesamt gibt es also 9 kleine Quadrate, 4 mittlere Quadrate und 1 großes Quadrat. So ergeben sich 14 Möglichkeiten, verschiedene Quadrate auszuschneiden.

b)

Kästchen – 1
Kästchen – 2
Kästchen – 4
Kästchen – 8
Kästchen – 16
Kästchen – 32
Kästchen – 64
Kästchen – 128
Kästchen – 256
Kästchen – 512
Kästchen – 1.024
Kästchen – 2.048
Kästchen – 4.096
Kästchen – 8.192
Kästchen – 16.384
Kästchen – 32.768

Addiert man alle Zahlen, so erhält man insgesamt 65.535 Rechenkästchen. So viele sind niemals auf einem einzigen Blatt Rechenpapier!

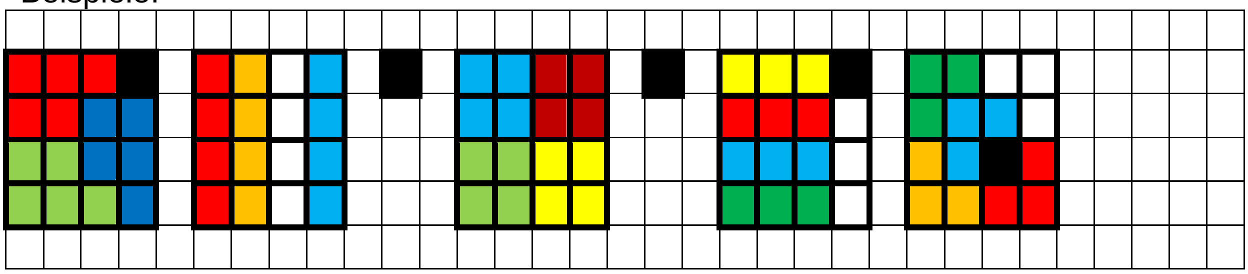
c)

Ein DIN-A4-Bogen ist 21,0 cm breit und 29,7 cm lang. Die ergibt in der Breite maximal 42 Rechenkästchen und 59 Rechenkästchen in der Länge. Ein Bogen hat maximal 2478 ganze Kästchen.

Aus Teilaufgabe b) wissen wir, dass wir 65535 kleine Rechenkästchen benötigen. Teilt man diese Summe durch die Anzahl der Kästchen pro Bogen so erhält man 26 ganze Bögen plus Rest – also man benötigt mindestens 27 Bögen. Dies kann man ganz leicht mit Excel lösen. Manchmal sind auch weniger Kästchen pro Bogen aufgedruckt. Hier erhöht sich dementsprechend die Anzahl der notwendigen Bögen.

d)

Beispiele:



Beim Vierteln des Quadrates bleibt das schwarze Quadrat jeweils daneben liegen.

e)

Der Streifen hat eine Länge von 2,24m.
Die experimentelle Herangehensweise liefert einen ungefähren Wert des Längenmaßes.
Der genaue Wert lässt sich über die Fläche berechnen. Das zur Verfügung stehende Dreieck hat das Flächenmaß $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot 16cm \cdot 28cm = 224cm^2$. Der rechteckige Streifen hat dasselbe Flächenmaß, weil er lückenlos zusammengesetzt werden soll, nämlich $A_{Streifen} = 1cm \cdot 224cm = 224cm^2$, mit einer Länge von 224cm.
Wichtige Anmerkung: Vom großen Dreieck werden 27 Streifen in Trapezform abgeschnitten; übrig bleibt ein kleines Dreieck. Diese 28 Teile lassen sich nur deshalb passend zu einem Rechteckstreifen zusammenlegen, weil ihre Anzahl gerade ist!

***Aufgabe 2 (Schmuckstück und Schatulle):***

Entschlüsselung des Textes mittels Rot13 liefert:
Während der letzten Naechte konnte ich beobachten, wie Männer viele schwere Kisten aus dem Schloss auf LKW verladen haben. Dabei liessen sie das Schmuckstueck fallen, das ich an mich nahm. Ich vermute, dass sie das Bernsteinzimmer in Sicherheit bringen wollten. Walter bestaetigte meine Vermutungen und verriet mir ihr Ziel. Damit diese Informationen nicht in die falschen Haende geraet, habe ich den Zielort in der Schatulle hinterlegt. Um ihr zehnstelliges Schloss zu oeffnen, muss man das Volumen des Schmuckstuecks bestimmen.

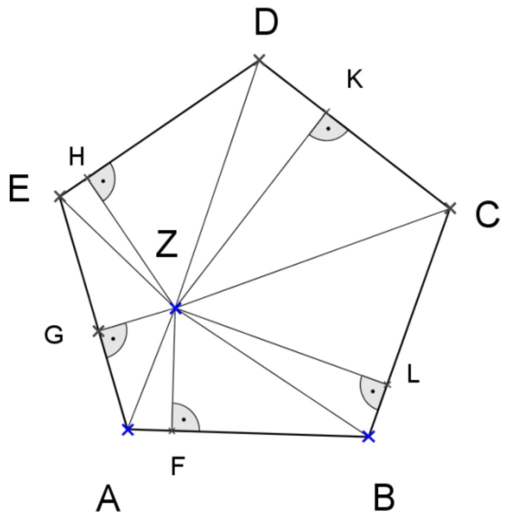
Der Anhänger besteht aus 6 Volumengleichen Pyramiden. Dreht man den Anhänger so, dass alle Pyramiden plan aufliegen, ergibt sich in der Draufsicht ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 85\,mm$. Die Grundfläche der Pyramide kann mit $A_G = \frac{1}{2} * \frac{a}{2} * \frac{1}{3} * h$ bestimmt werden. $h$ sei dabei die Höhe des gleichseitigen Dreiecks in der Mitte. Die Höhe der Pyramide ist dann
$h' = \frac{1}{3} * h = \frac{1}{3} * \sqrt{(a^2) - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{3} * \sqrt{\frac{3}{4} * a^2} = \frac{1}{2*\sqrt{3}} * a$
(siehe auch Bastelanleitung) und damit ergibt sich ebenfalls $h = \frac{\sqrt{3}}{2} * a$.
Das Volumen des Anhängers kann dann bestimmt werden durch:

$$V_{Ges} = 6 * V_{Pyramide}$$
$$V_{Ges} = 6 * \frac{1}{3} * A_G * h'$$
$$V_{Ges} = 6 * \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * \frac{a}{2} * \frac{1}{3} * h * \frac{1}{2 * \sqrt{3}} * a$$
$$V_{Ges} = 6 * \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * \frac{a}{2} * \frac{1}{3} * \frac{\sqrt{3}}{2} * a * \frac{1}{2 * \sqrt{3}} * a$$
$$V_{Ges} = \frac{1}{3} * \frac{1}{8} * a^3 = 25588{,}54167\,mm^3$$

Das Zahlenschloss kann somit mit der Kombination $2558854167$ geöffnet werden.

Übrigens handelt es sich bei diesem „Anhänger“ um ein Kaleidozyklus von Paul Schatz. Wenn du mehr dazu erfahren möchtest, google diesen Begriff und seinen Namen einfach.

***Aufgabe 3 (Fünfecke):***




Sei der Punkt Z der beliebige Punkt im Inneren des regelmäßigen Fünfecks mit der Seitenlänge a. Man fällt vom Punkt Z jeweils das Lot zur Seite. Man erhält die Strecken $\overline{ZG}$, $\overline{ZF}$, $\overline{ZH}$, $\overline{ZK}$, $\overline{ZL}$. Anschließend zeichnet man die sich ergebenen Dreiecke ein. Es ergeben sich fünf innenliegende Dreiecke, die das regelmäßige Fünfeck vollständig ausfüllen.

Für den Flächeninhalt des Fünfecks gilt dann:

$$A_{\text{Fünfeck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{ZG} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{ZF} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{ZH} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{ZK} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{ZL} = \frac{1}{2} \cdot a \left( \overline{ZG} + \overline{ZF} + \overline{ZH} + \overline{ZK} + \overline{ZL} \right).$$

Da es sich um ein regelmäßiges Fünfeck handelt gilt für den Flächeninhalt auch $A_{\text{Fünfeck}} = \frac{a^2}{4} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$. (Formelsammlung – diese Formel muss nicht hergeleitet werden.)

Setzt man beide Terme für den Flächeninhalt gleich, erhält man:

$$\frac{a^2}{4} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \cdot a \left( \overline{ZG} + \overline{ZF} + \overline{ZH} + \overline{ZK} + \overline{ZL} \right) \text{bzw.}$$

$$\frac{a}{2} \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = \left( \overline{ZG} + \overline{ZF} + \overline{ZH} + \overline{ZK} + \overline{ZL} \right).$$

Man erkennt, dass die Summe der Abstände $\left( \overline{ZG} + \overline{ZF} + \overline{ZH} + \overline{ZK} + \overline{ZL} \right)$ immer konstant ist.

### *Aufgabe 4 (Ein altes Geheimrezept)*

**Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.**

Die Geschichte soll mit Hilfe verschiedener Symbole weitergeschrieben werden. Im Folgenden ist lediglich ein Beispiel für den Fortlauf der Geschichte dargestellt.

In der schönen Stadt $\varrho$- (Rostock) lebt eine kleine $\pi$--N-(Piraten)familie.

Eines Morgens wacht der jüngste Sohn Sohn $\varphi$- (Philippe) mit hohem $\varphi$- (Fieber) auf. Die $\pi$--N-(Piraten)-Mutter kommt schnell mit einer Schüssel in $\tau$- (Tauwasser) gekochtem $\varrho$-T- (Rotkohl) angelaufen.

„Ein altes Geheimrezept!" erzählt sie. Doch ihr Jüngster bleibt $\mu$-D (müde) und erschöpft im Bett liegen.
Nach kurzer Beratung fasst die Familie einen Plan und …

beschließt, den kleinen $\varphi$- (Philippe) zu einem Arzt zu bringen. „Der muss zu einem $\chi$-$\rho$-praktiker (Chiropraktiker)!", ruft sein Bruder $\sigma$ (Sigmar). „Der hat doch nichts mit den Knochen." entgegnet seine Mutter Katrin $\zeta$ (Zeta) „Er muss zu einem $\mu$- -  (Mystiker)."

„$\omega$ (Oh, mega) Idee!", rief sein Vater von der oberen $\eta$-G (Etage) herunter.
Geschwind packten alle ein paar ihrer VII (sieben) Sachen zusammen für die lange Reise.

Doch schon als $\sigma$ (Sigmar) die Tür öffnen will, zuckt er erschrocken zurück. „Da ist etwas vor der Tür!" ruft er. „Ist das ein $\lambda$ (Lamm da)?"
„Nein", sagte der Vater, der geschwind hinzu kam „das ist doch eine Ziege!"
„Ihr seid doch alle nicht mehr normal." rief der Vater „Ihr müsst doch alle mal zum $\psi$-$\chi$-@-  (Psychiater)."